**Иммунизация стратегиясындағы облигация портфелін басқару**

Облигациялар нарығы келесі шарттарды қанағаттандырады делік:

1. Сіз кез-келген облигацияны,оның ішінде мақсатты емес облигацияны сатып ала немесе сата аласыз
2. Облигацияларды сатып алу және сату кезіндегі транзакциялық шығыстар жоқ
3. Уақыттың бастапқы сәтінде барлық мерзімдер үшін тәуекелсіз пайыздық мөлшерлемелер бірдей және r-ге тең
4. Пайыздық мөлшерлемелер барлық мерзімдер үшін бірден бірдей мөлшерде өзгеруі мүмкін
5. **Негізгі бөлім**

Нарықта несиелік тәуекелсіз облигациялардың m түрлері бар делік.T=0 кезінде инвестор портфельді қалыптастыру үшін осындай облигацияларды сатып алуға инвестиция салатын e-сома болсын.Инвестиция мерзімі (инвестициялық горизонт)-Т жыл.Портфельді қалыптастырғаннан кейін нарықтағы пайыздық мөлшерлемелер өзгеруі мүмкін екені анық.Иммунизациялау стратегиясы-портфельдің құнын нарықтық пайыздық мөлшерлеменің өзгеруінен қорғауды қамтамасыз ететін облигациялар портфелін басқару тәсілі. Бұл Стратегия Ф. Реддингтонның иммунизациялау принципіне негізделген.Иммунизациялау стратегиясындағы облигациялар портфелін басқару схемасы келесідей.

**2.1.1.t=0. Облигациялардың иммунизацияланған портфелін қалыптастыру**

Портфель несиелік тәуекелсіз облигациялардың m түрінен қалыптасады. $P\_{j}^{0} және D\_{j}^{0} $-t=0 кезіндегі облигациялардың бағасы мен дюрациясы.

Портфельді пайыздық мөлшерлеменің өзгеруінен t=0-ден кейін бірден иммунизациялау үшін портфельдің мерзімі оның инвестициялық көкжиегіне сәйкес келуі керек Т- жылдар (Реддингтон принципі). Сондықтан t = 0 кезінде портфель жүйенің шешіміне сәйкес құрылуы керек:

$$\left\{\begin{array}{c}\sum\_{j=1}^{m}ω\_{j}D\_{j}^{0}=T\\\sum\_{j=1}^{m}ω\_{j}=1\end{array}\right. (1.14.1)$$

Егер портфель мерзімі Т жыл екілік теңсіздікті қанағаттандырса $min\_{j}\{D\_{j}^{0}\}\leq T\leq max\_{j}\{D\_{j}^{0}\}$, онда (1.14.1) жүйеге рұқсат. $ω\_{1}^{0},ω\_{2}^{0},......,ω\_{m}^{0}$ -осы жүйенің шешімі болсын делік.Онда t=0 уақытында облигация портфельі қалыптасады:

$$Π\_{0}=Π(Ω\_{1}^{0},Ω\_{2}^{0},.....,Ω\_{m}^{0})$$

Бағасы $Ω-ға $тең.$ Π\_{0}$ портфельінің дюрациясы оның Т жыл мерзіміне тең.

$$Ω\_{j}^{0}=ω\_{j}^{0}Ω, j=1,2,….m,$$

-инвестордан облигацияның әрбір түріне салынған сумма.

$$k\_{j}^{0}=\frac{Ω\_{j}^{0}}{P\_{j}^{0}},j=1,2,….m,$$

$Π\_{0}-портфеліндегі $j-шы түрдегі облигацияның саны.

$$Π\_{0}-портфелінен күтілетін төлемдер ағыны келесідей болады:$$

$$(R\_{1}^{0},R\_{2}^{0},….,R\_{n}^{0};t=t\_{1},t\_{2},…,t\_{n}),$$

-мұндағы ағын мүшелері келесі формуламен есептелінеді

$$R\_{i}^{0}=\sum\_{j=1}^{m}k\_{j}^{0}C\_{i}^{j},i=1,2,..,n;$$

$$C\_{i}^{j}-j-түріндегі бір облигацияның t\_{i} уақытындағы төлемі $$

Т уақытында $Π\_{0}$ портфеліне инвестициялардың жоспарланған құны (1.13.14) формулаcs бойынша тең:

$$Ω^{0}(r,T)=Ω(1+r)^{T} (1.14.2) $$

Егер портфельді қалыптастырғаннан кейін бірден (немесе $t\_{1 }$ уақытына дейін, портфельден бірінші төлем) пайыздық мөлшерлемелер $r\_{1}$-мәніне дейін өзгереді және одан әрі өзгеруі мүмкін емес деп болжанса, онда $Π\_{0}-портфелінде t=T$ уақытында инвестицияның нақты құны келесідей болады:

$$Ω^{0}(r\_{1},T)=\sum\_{i,t\_{i}\leq T}^{} R\_{i}^{0}(1+r\_{1})^{T-t\_{1}}+\sum\_{i,t\_{i}>T}^{}\frac{R\_{i}^{0}}{(1+r\_{1})^{t\_{1}-T}} (1.14.3)$$

Дюрация портфелінің иммунизациялау қасиетіне сәйкес

$$Ω^{0}\left(r\_{1},T\right)\geq Ω^{0}\left(r,T\right)\left(1.14.4\right)$$

Демек $Π\_{0}-портфелі$ портфельді қалыптастырғаннан кейін (немесе $t\_{1 }$ уақытына дейін) пайыздық мөлшерлемелердің өзгеруінен иммунизацияланған.

(1.13.15) формуладан байқаймыз:

$Ω^{0}\left(r\_{1},T\right)=Ω^{0}\left(r\_{1}\right)(1+r\_{1})^{T}$ (1.14.5)

Мұндағы $Ω^{0}\left(r\_{1}\right)$-t=0 кейін пайыздық ставкалардың жаңа уақытша құрылымына сәйкес t=0 уақытындағы $Π\_{0}-портфелінің бағасы$.

**2.1.2.**$t=t\_{1}.$**Облигация портфелін қайта қалыптастыру**

t = $t\_{1}$ сәтінде $Π\_{0}-$ портфелінен бірінші $R\_{1}^{0}$ төлемі түседі. $t\_{1} $ сәтінде $Π\_{0}$ портфеліне салынатын инвестицияның құны келесідей болады:

$$Ω^{0}(r\_{1},t\_{1})=R\_{1}^{0}+\sum\_{i,t\_{i}>T}^{}\frac{R\_{i}^{0}}{(1+r\_{1})^{t\_{1}-t\_{1}}} (1.14.6)$$

Немесе

$Ω^{0}(r\_{1},t\_{1})=Ω^{0}(r\_{1})(1+r\_{1})^{t\_{1}}$ (1.14.7)

 $t\_{1} $ сәтінде инвестор $R\_{1}^{0}$ ақшаны және ьоблигациялар портфелінің құнын $\sum\_{i,t\_{i}>T}^{}\frac{R\_{i}^{0}}{(1+r\_{1})^{t\_{1}-t\_{1}}} $ реттейді.Портфельдің инвестициялық горизонты (T-$t\_{1} $) жылдан тұрады. Портфельді пайыздық ставкалардың $t\_{1}$ өзгерісінен кейін иммунизациялау үшін $t\_{1}$ уақытындағы $Π\_{0} $портфелінің дюрациясы оның инвестициялық горизонтына (T-$t\_{1} $) жыл сәйкес келуі қажет. Алайда $t\_{1}$ уақытындағы $Π\_{0} $портфелінің дюрациясы осы мәннен ерекшеленеді.

Шынында да,облигациялардың дюрациясы өтеп біткенге дейінгі жіне нарықтағы табыстың жаңа деңгейіне жетудегі уақытқа байланысты. Сондықтан $t\_{1}$ уақытында портфель (T-$t\_{1} $) жылмен теңдігін қамтамасыз ететіндей балансталған болуы қажет.

 $t\_{1}$ уақытындағы $Π\_{0} $портфелін қайта қалыптастыру кезіндегі шарттарды сипаттайық:

* Портфельді қайта қалыптастыру кезінде трансакциялық шығындар болмайды;
* $нарықтық кірістілік деңгейі r\_{1}$
* Портфель қалыптасқан облигация бағасы және дюрациясы $P\_{j}^{1} және D\_{j}^{1}$ мәніне дейін өзгерген, сәйкесінше j=1,2,..m.

Дюрациясы (T-$t\_{1} $) жылға тең портфельді қалыптастыру үшін келесі жүйені шешу қажет.

$\left\{\begin{array}{c}\sum\_{j=1}^{m}ω\_{j}D\_{j}^{1}=T-t\_{1}\\\sum\_{j=1}^{m}ω\_{j}=1\end{array}\right.$ (1.14.8)

$$ω\_{j}\geq 0,j=1,2,....,m.$$

$ω\_{1}^{0},ω\_{2}^{0},......,ω\_{m}^{0}$ -осы жүйенің шешімі болсын делік. Онда t= $t\_{1}$уақытында облигация портфелі қалыптасады:

$$Π\_{1}=Π(Ω\_{1}^{1},Ω\_{2}^{1},.....,Ω\_{m}^{1})$$

Портфельді қайта қалыптастыру үшін облигация бөлігін сатып алып және бөлігін сату қажет. Сәйкесінше $R\_{1}^{0}$-түскен төлемі облигацияға инвестицияланады.Облигацияны сатып алу және сату кезінде трансакциялық расходтар болмаған жағдайда $Π\_{1}-портфелінің бағасы Ω^{1}=Ω^{0}\left(r\_{1},T\_{1}\right)$ болады және (1.14.6) және (1.14.7) формуласымен есептелінеді.$ Π\_{1}-портфелінің$ дюрациясы оның (T-$t\_{1} $) жыл мерзіміне тең болады.

$$Ω\_{j}^{1}=ω\_{j}^{1}Ω^{1}=ω\_{j}^{1}Ω^{0}(r\_{1},t\_{1}), j=1,2,….m,$$

$Π\_{1}-портфеліндегі$ облигацияның әрбір түріне салынған салым.

$$k\_{j}^{1}=\frac{Ω\_{j}^{1}}{P\_{j}^{1}},j=1,2,….m,$$

$Π\_{1}-портфеліндегі $j-шы түрдегі облигацияның саны.

$$Π\_{1}-портфелінен күтілетін төлемдер ағыны келесідей болады:$$

$$(R\_{1}^{1},R\_{2}^{1},….,R\_{n}^{1};t=t\_{1},t\_{2},…,t\_{n}),$$

-мұндағы ағын мүшелері келесі формуламен есептелінеді

$$R\_{i}^{1}=\sum\_{j=1}^{m}k\_{j}^{1}C\_{i+1}^{j},i=1,2,..,n;$$

$$C\_{i+1}^{j}-j-түріндегі бір облигацияның t\_{i+1} уақытындағы төлемі $$

Т уақытында $Π\_{1}$ портфеліне инвестициялардың жоспарланған құны формулаcы бойынша тең:

$$Ω^{1}(r\_{1},T)=Ω^{1}(1+r\_{1})^{T-t\_{1}} (1.14.9) $$

(1.14.5) және (1.14.7) ескере отырып келесіні аламыз:

$$Ω^{1}\left(r\_{1},T\right)=Ω^{1}\left(1+r\_{1}\right)^{T-t\_{1}}=Ω^{0}\left(r\_{1},t\_{1}\right)\left(1+r\_{1}\right)^{T-t\_{1}}=Ω^{0}\left(r\_{1}\right)\left(1+r\_{1}\right)^{t\_{1}}\left(1+r\_{1}\right)^{T-t\_{1}}=Ω^{0}\left(r\_{1}\right)\left(1+r\_{1}\right)^{T}=Ω^{0}(r\_{1},T)$$

Осылай

$Ω^{1}\left(r\_{1},T\right)=Ω^{0}(r\_{1},T)$- (1.14.10)

$Π\_{1}$ портфеліне жоспарланған инвестициялардың Т уақытындағы құны $Π\_{0}$ портфеліне салынған инвестициялардың Т уақытындағы нақты құнына тең.

Егер портфельді қалыптастырғаннан немесе $t\_{1 }$ уақытынан кейін бірден (немесе $t\_{2 }$ уақытына дейін) пайыздық мөлшерлемелер $r\_{2}$-мәніне дейін өзгереді және одан әрі өзгеруі мүмкін емес деп болжанса, онда $Π\_{1}-портфелінде t=T$ уақытында инвестицияның нақты құны келесідей болады:

$$Ω^{1}(r\_{2},T)=\sum\_{i,t\_{i+1}\leq T}^{} R\_{i}^{1}(1+r\_{1})^{T-t\_{i+1}}+\sum\_{i,t\_{i+1}>T}^{}\frac{R\_{i}^{1}}{(1+r\_{2})^{t\_{i+1}-T}} (1.14.11)$$

Дюрация портфелінің иммунизациялау қасиетіне сәйкес

$$Ω^{1}\left(r\_{2},T\right)\geq Ω^{1}\left(r\_{2},T\right) \left(1.14.12\right)$$

Демек $Π\_{1}-портфелі$ портфельді қалыптастырғаннан $t\_{1 }$ уақытынан кейін (немесе $t\_{2 }$ уақытына дейін) пайыздық мөлшерлемелердің өзгеруінен иммунизацияланған.

Сонымен байқаймыз:

$Ω^{1}\left(r\_{2},T\right)\geq Ω^{1}\left(r\_{1},T\right)=Ω^{0}\left(r\_{1},T\right)\geq Ω^{0}\left(r,T\right)=Ω(1+r)^{T}$ (1.14.13)

Осылайша,егер инвестор иммунизация стратегиясын ұстанатын болса, нарықтағы пайыздық мөлшерлемелердің өзгеруіне байланысты транзакциялық шығындар болмаған кезде сомасы $Ω(1+r)^{T}$ иммунизацияланады. Портфельді қайта қалыптастыру рәсімі $t\_{2}$ уақытында портфель төлемі келгенде қайталауға болады.

**2.1.3. Облигациялардың иммунизацияланған портфелін құруға мысал**

Мысал-1.14.1. Уақыттың бастапқы сәтінде тәуекелсіз пайыздық мөлшерлемелер барлық мерзім үшін бірдей және жылдық 8%-ға тең.Нарықта келесі параметрлері бар купондық облигациялардың екі түрі бар:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Облигация түрі | Номинал(руб.) | Купондық мөлшерлеме | 1жылғы төлемдер саны | Өтеуге дейінгі мерзім(жылдар) |
| $$A\_{1}$$ | 100 | 10% | 1 | 2 |
| $$A\_{2}$$ | 100 | 10% | 1 | 4 |

 Инвестор инвестициялық горизонты 3жыл болатын құны 1000руб. Болатын облигация портфелін құрады.Келесі пайыздық мөлшерлемелердің өзгерісі үшін иммунизация стратегиясын есептеу қажет: портфель құрылғаннан кейін бірден жылдық 9%, жылдық 8%-t=1 уақытынан кейін.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Инвестиция суммасы(руб.) | $$Ω$$ | 1000 руб. |
| Инвестиция мерзімі (жылдар) |  Т | 2 жыл |
| 0 уақытындағы барлық мерзім үшін нарықтық мөлшерлеме |  r | 8% |
| 0-ден кейін барлық мерзім үшін нарықтық мөлшерлеме | $$r\_{1}$$ | 9% |
| 0-ден кейін барлық мерзім үшін нарықтық мөлшерлеме | $$r\_{2}$$ | 8% |

Шешімі.

t=0. Облигациялардың иммундалған портфелін қалыптастыру

r=жылдық 8%- инвестициялау кезінде бар пайыздық мөлшерлеме. t=0 кезіндегі облигациялардың дюрациясы мен бағасының мәні:

$A\_{1}-облигациясы$:$P\_{1}^{0}=103,566529, D\_{1}^{0}=1,910596;$

$$A\_{2}-облигациясы: P\_{2}^{0}=106,624254,D\_{1}^{0} =3,504213.$$

Дюрациясы 3жылға тең портфельді құру үшін келесі жүйені шешу керек:

$\left\{\begin{array}{c}1,910596ω\_{1}+1,910596ω\_{2}=3\\ω\_{1}+ω\_{2}=1\end{array}\right.$ $ω\_{1}\geq 0,ω\_{2}\geq 0.$

$D\_{1}^{0}<2<D\_{2}^{0}$ болғандықтан,бұл жүйеге рұқсат. $ω\_{1}^{0}=0,316396 -$портфельдегі $A\_{1}-облигациясының $үлесі,$ ω\_{2}^{0}=0,316396 -$портфельдегі $A\_{2}-облигациясының $үлесі.

Уақыттың бастапқы сәтінде облигация портфелі құрылған:

$$Π\_{0}=Π(Ω\_{1}^{0};Ω\_{2}^{0})$$

Құны $Ω=1000руб.$.$ Π\_{0}$ портфелінің дюрациясы оның инвестициялық горизонтымен 3 жыл сәйкес келіп тұр.

Облигацияның әрбір түріндегі инвестиция:

$$Ω\_{1}^{0}=ω\_{1}^{0}Ω=316,3955 Ω\_{2}^{0}=ω\_{2}^{0}Ω=683,6045$$

$Π\_{0}-портфеліндегі $әрбір түріндегі облигацияның саны:

$$k\_{1}^{0}=\frac{Ω\_{1}^{0}}{P\_{1}^{0}}=316,3955 k\_{2}^{0}=\frac{Ω\_{2}^{0}}{P\_{2}^{0}}=6,411341$$

$Π\_{0}-портфеліндегі $ төлемдер ағыны кестеде келтірілген.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$t\_{i}$$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $$R\_{i}^{0}$$ | 94,663391 | 400,163171 | 64,113413 | 705,247542 |

мұндағы i=1,2,3,4-$Π\_{0}-портфеліндегі $ төлем номері.

$Π\_{0}-портфелінің $иммунизациясын тексеру.

t=0-ден кейін бірден пайыздық мөлшерлемелер r=0.08-ден $r\_{1}=0.09$-ға дейін өзгерді және бұдан кейін олар өзгермейді деп болжанады.Портфельдің иммунизациясын тексеру қажет.

 Т=2жыл уақыты үшін портфельге жоспарланған инвестицияның құны тең:

$$Ω^{0}(r;3)=1000(1+0.08)\^3=1259.712$$

Т=3 жыл уақыты үшін портфельге жоспарланған инвестицияның нақты құны тең:

$$Ω^{0}\left(r\_{1};3\right)=94.663391\left(1+0.09\right)^{2}+400,16317\left(1+0.09\right)+64.113413+\frac{705.247542}{1+0.09}=1259.777$$

$Ω^{0}\left(r\_{1};2\right)>Ω^{0}\left(r;2\right)$ болғандықтан $Π\_{0}-портфелі$ t=0-ден кейін бірден пайыздық мөлшерлемелер өзгерісінен кейін иммунизацияланған.

t=1.Облигация портфелін қайта құру.

t=1 уақытында $Π\_{0}-портфелінен$ $R\_{1}^{0}=94,663391$ алғашқы төлемі түседі.

t=1 уақытындағы $Π\_{0}-портфеліне $ салынған инвестиция құны (14,6) формула бойынша тең болады:

$$Ω^{0}\left(r\_{1};1\right)=94,663391+\frac{400,163171}{1+0,09}+\frac{64,113413}{(1+0,09)^{2}}+\frac{705,247542}{(1+0,09)^{3}}=1060,329018$$

Осылай t=1 уақытында инвестор $R\_{1}^{0}=94,663391$ -мен және облигация портфелінің құнымен реттейді:

$$\frac{400,163171}{1+0,09}+\frac{64,113413}{(1+0,09)^{2}}+\frac{705,247542}{(1+0,09)^{3}}=965,665627$$

t=1 уақытында портфель дюрациясы 2,183767 жылға тең.Инвестициялық горизонты 2жылға тең.Дюрация мен инвестициялық горизонт тең болмағандықтан портфельді қайта құру қажет.

$нарықтық кірістілік деңгейі r\_{1}=0,09$ болғанда портфельді қайта құру басталады. t=1 кезіндегі облигациялардың дюрациясы мен бағасының мәні:

$A\_{1}-облигациясы$:$P\_{1}^{0}=100,917431, D\_{1}^{0}=1$

$$A\_{2}-облигациясы: P\_{2}^{0}=102,531295,D\_{1}^{0} =2,738954.$$

Дюрациясы 2жылға тең портфельді құру үшін келесі жүйені шешу керек:

$\left\{\begin{array}{c}ω\_{1}+2,7389546ω\_{2}=2\\ω\_{1}+ω\_{2}=1\end{array}\right.$ $ω\_{1}\geq 0,ω\_{2}\geq 0.$

$D\_{1}^{1}<1<D\_{2}^{1}$ болғандықтан,бұл жүйеге рұқсат. $ω\_{1}^{0}=0,424942 -$портфельдегі $A\_{1}-облигациясының $үлесі,$ ω\_{2}^{0}=0,575058 -$портфельдегі $A\_{2}-облигациясының $үлесі.

Уақыттың бастапқы сәтінде облигация портфелі құрылған:

$$Π\_{0}=Π(Ω\_{1}^{1};Ω\_{2}^{1})$$

Құны $Ω=1060,329018руб.$.$ Π\_{0}$ портфелінің дюрациясы оның инвестициялық горизонтымен 2 жыл сәйкес келіп тұр.

Облигацияның әрбір түріндегі инвестиция:

$$Ω\_{1}^{1}=ω\_{1}^{1}Ω^{1}=450,577838 Ω\_{2}^{1}=ω\_{2}^{1}Ω=609,751179$$

$Π\_{1}-портфеліндегі $әрбір түріндегі облигацияның саны:

$$k\_{1}^{1}=\frac{Ω\_{1}^{1}}{P\_{1}^{1}}=4,464817; k\_{2}^{1}=\frac{Ω\_{2}^{1}}{P\_{2}^{1}}=5,946976$$

$Π\_{1}-портфеліндегі $ төлемдер ағыны кестеде келтірілген.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$t\_{i}$$ | 2 | 3 | 4 |
| $$R\_{i}^{1}$$ | 550,599607 | 59,4697663 | 654,167393 |

мұндағы i=1,2,3-$Π\_{0}-портфеліндегі $ төлем номері.

$Π\_{1}-портфелінің $иммунизациясын тексеру.

t=1-ден кейін бірден пайыздық мөлшерлемелер r=0.98-ден $r\_{1}=0.08$-ға дейін өзгерді және бұдан кейін олар өзгермейді деп болжанады.Портфельдің иммунизациясын тексеру қажет.

 Т=3 жыл уақыты үшін портфельге жоспарланған инвестицияның құны тең:

$$Ω^{1}(r;3)=1060,329018(1+0,09)^{2}=1259,776929$$

Т=3 жыл уақыты үшін портфельге жоспарланған инвестицияның нақты құны тең:

$$Ω^{1}\left(r\_{2};3\right)=1259.8277$$

$Ω^{1}\left(r\_{1};3\right)>Ω^{1}\left(r;3\right)$ болғандықтан $Π\_{1}-портфелі$ t=1-ден кейін бірден пайыздық мөлшерлемелер өзгерісінен кейін иммунизацияланған.

Сонымен,

$Ω^{1}\left(r\_{1};3\right)\geq Ω^{1}\left(r;3\right)$=$Ω^{0}\left(r\_{1};3\right)\geq Ω^{0}\left(r;3\right)=Ω(1+r)^{3}$

-1259.712000руб. болатын трансакциялық шығынның болмауына байланысты нарықтық пайыздық мөлшерлемелердің өзгеруіне байланысты портфель иммунизацияланды,егер инвестор иммунизация стратегиясын ұстанса.

**2.2.Облигациялар портфелін транзакциялық шығындармен иммунизациялау**

 Облигациялар нарығы мәмілелік шығындардың болуын қоспағанда, параграфтың басында көрсетілген шарттарды қанағаттандырады делік. Облигацияларды сатып алу -сату кезінде сәйкесінше Сb және Сa мөлшерінде комиссия алынады.

 Транзакциялық шығындар болған жағдайда иммундау стратегиясында облигациялар портфелін басқару схемасын қарастырыңыз.

**2.2.2. t = 0. Иммунизацияланған облигациялар портфелін қалыптастыру**

t = 0 уақытының бастапқы сәтінде инвестор t жыл мерзімі үшін облигациялар портфелін құрады делік. Содан кейін инвесторға бұл портфельді қалыптастыру үшін Q (1 + Cb) сомасы қажет болады. Портфель несиелік тәуекелсіз m облигацияларынан құралған, олардың бағасы мен ұзақтығы t = 0сәтте PJ0 және DJ0 сәйкесінше( j = 1, 2, ..., t). Барлық шарттар бойынша тәуекелсіз пайыздық мөлшерлемелер бірдей және тең .Облигацияларды сатып алғаннан кейін бірден пайыздық мөлшерлемелердің өзгеруінен қорғалған портфель жүйенің шешіміне сәйкес құрылады (1.14.1):

$$\left\{\begin{array}{c}\sum\_{j=1}^{m}ω\_{j}D\_{j}^{0}=T\\\sum\_{j=1}^{m}ω\_{j}=1\end{array}\right.$$

$$ω\_{j}\geq 0,j=0,1,2...m;$$

W10 , W20 ,…, Wm0осы жүйенің шешімі болсын. Содан кейін, қазіргі уақытта t=0, облигациялар портфолиосы құрылады,

$$Π\_{0}=Π(Ω\_{1}^{0},Ω\_{2}^{0},.....,Ω\_{m}^{0})$$

оның мәні Q ,QJ0 = W10 Q мұнда ј = 1, 2, ..., t. Бұл портфельдің ұзақтығы оның T мерзіміне тең. $Π\_{0} $портфеліне инвестициялаудың жоспарланған құны T сәтте тең:

$$Ω^{0}(r,T)=Ω(1+r)^{T} $$

R01 , R02 ,.., R0n уақытындағы сәтте, $Π\_{0} $портфелінен төлем ағыны. Ағынның мүшелері (1.13.1) формуласы бойынша есептеледі.

 Егер портфель қалыптасқаннан кейін (немесе d сәтіне дейін) пайыздық мөлшерлеме r мәніне өзгереді және болашақта өзгермейді деп болжанса, онда қазіргі уақытта По -ға салынған инвестициялардың нақты құны. t = T тең болады:

$$Ω^{0}(r\_{1},T)=\sum\_{i,t\_{i}\leq T}^{} R\_{i}^{0}(1+r\_{1})^{T-t\_{i}}+\sum\_{i,t\_{i}>T}^{}\frac{R\_{i}^{0}}{(1+r\_{1})^{t\_{i}-T}} (1.14.3)$$

 Құны Q0 (r, T) және Q0 (r1 , T) сәйкесінше (1.14.2) және (1.14.3) формулалары бойынша есептеледі. Портфолио ұзақтығының 1-1 иммундау қасиетіне сәйкес,

$$Ω^{0}\left(r\_{1},T\right)\geq Ω^{0}\left(r,T\right)$$

**2.2.3.Облигация портфелін қайта қалыптастыру t = t1  сәтте**

 $Π\_{0}$ портфелінен бірінші төлем R10 алынады. $Π\_{0}$ портфеліне инвестициялардың құны t1dуақытында (1.14.6) формуласы бойынша есептеледі:

$$Ω^{0}(r\_{1},t\_{1})=R\_{1}^{0}+\sum\_{i=2}^{}\frac{R\_{i}^{0}}{(1+r\_{1})^{t\_{i}-t\_{1}}} )$$

Осылайша, t = t1 уақытында инвесторда R01 ақшалай сомасы $\sum\_{i=2}^{}\frac{R\_{i}^{0}}{(1+r\_{1})^{t\_{i}-t\_{1}}} $және портфельдің инвестициялық көкжиегінің мәні бар облигациялар портфелі болады. (T - t1) жыл. Портфолио ұзақтығы (Т - t1) жылдарға тең болуын қамтамасыз ету үшін портфельді қайта құрылымдау қажет.

 По портфолиосы t1 сәтте қайта құрылымдау шарттарын сипаттайық:

* портфельді қайта құру инвестордан операциялық шығындарды талап етеді;
* рентабельділіктің нарықтық деңгейі r;

 портфельді құрайтын облигациялардың бағасы мен ұзақтылығы тиісінше PJ1  және D10  мәндеріне өзгерді,j = 1, 2, ..., m Портфолио құру үшін оның ұзақтығы (T - t1) жылға тең, (1.14.8) жүйесін шешу қажет:

$\left\{\begin{array}{c}\sum\_{j=1}^{m}ω\_{j}D\_{j}^{1}=T-t\_{1}\\\sum\_{j=1}^{m}ω\_{j}=1\end{array}\right.$ (1.14.8)

$$ω\_{j}\geq 0,j=1,2,....,m.$$

$ω\_{1}^{0},ω\_{2}^{0},......,ω\_{m}^{0}$бұл жүйенің шешімі де солай. Жүйенің шешіміне сәйкес портфельдің қайта құру үшін облигациялардың бір бөлігін сатып алу керек, бір бөлігін сату қажет. Облигацияларды сатып алу -сату кезінде комиссия ұсталатындықтан, портфельді қайта құрылымдау кезінде Ro (r) құнының бір бөлігі мәміле бойынша шығындарға түседі.

 Портфолионы қайта құру бойынша операциялық шығындар сомасын C арқылы белгілейік, xj және yj болсын, мұндағы ј = 1, 2, ..., m - тиісінше облигацияларды сатып алуға және сатудан түскен сомалар. Содан кейін

$$C=C\_{b}\sum\_{j=1}^{m}x\_{j}+C\_{a}\sum\_{j=1}^{m}y\_{j}$$

транзакциялық шығындарды (шығындарды) барынша азайту үшін сызықтық программалау мәселесін шешу қажет:

$\left\{\begin{array}{c}\frac{Ω\_{j}^{0}}{P\_{j}^{0}}P\_{j}^{1}+x\_{j}-y\_{j}=ω\_{j}^{1}(Ω^{0}(r\_{1},t\_{1})-C), j=1,2,..,m\\C=C\_{b}\sum\_{j=1}^{m}x\_{j}+C\_{a}\sum\_{j=1}^{m}y\_{j}\end{array}\right.$ (1.14.14)

$$C\geq 0,x\_{j}\geq 0,y\_{j}\geq 0,j=1,2,...,m. min C$$

яғни мұнда Pj0 мен Pj1 бірінші типті j- облигацияның бағасы сәйкесінше, t = t1 және , t = t1 сәттерінде. Мәселенің мүмкін болатын шешімдерінің жиынтығы шектелген және жабық. Мәселе шешілетін. X11, X21,….., Xm1, . Y11, Y21,….., Ym1 есептің шешімі болсын (1.14.14).

Содан кейін қазіргі уақытта

$$Π\_{1}=Π(Ω\_{1}^{1},Ω\_{2}^{1},.....,Ω\_{m}^{1})$$

$$Ω^{1}=Ω^{0}(r\_{1},t\_{1})-C^{1}. $$

Портфельдің құны тең, әр түрдегі облигацияларға салынған инвестициялар, бұл Qj1 = Wj1 Q0 портфельдің ұзақтығы оның мерзіміне тең (T - t1) жыл П портфеліндегі инвестицияның жоспарланған құны, T тең:

$$Ω^{1}=Ω^{0}(1+r\_{1})^{t\_{1}-T}$$

мұнда (1.14.15) бойынша есептеледі.

R11, R12…, R1n-1. сәтте,t2 .. ,tn - бұл П портфелінен төлем ағыны. Ағынның мүшелері (1.13.1) формуласымен есептеледі. Егер 1 -ден кейін бірден (немесе бұрын 1,) нарықтық пайыздық мөлшерлеме r мәніне өзгереді және болашақта осы деңгейде қалады, содан кейін P портфеліндегі нақты шығындар, t = T Trace кезінде (14.11)

$$Ω^{0}(r\_{1},T)=\sum\_{i,t\_{i}\leq T}^{} R\_{i}^{0}(1+r\_{1})^{T-t\_{1}}+\sum\_{i,t\_{i}>T}^{}\frac{R\_{i}^{0}}{(1+r\_{1})^{t\_{1}-T}} (1.14.3)$$

Егер талап етілетін ұзақтығы бар портфолио құру мүмкін болмаса, онда қолданыстағы портфель сатылады, бұл қайтадан транзакциялық шығындарды талап етеді. Барлық түсімдер ағымдағы пайыздық мөлшерлеме бойынша банктік шотқа 7 -ші кезеңнің соңына дейін енгізіледі. Транзакциялық шығындардың болуына байланысты алынған сома олар болмаған кездегі мөлшерден сәл төмен болады. Транзакциялық шығындар болған кезде инвестор портфельді қайта қарау жиілігін таңдау мәселесіне тап болады.

2.2.3.Облигациялардың трансакциялық шығындармен иммунизацияланған портфелін құруға мысал.

 Мысал 1.14.2. Уақыттың бастапқы сәтінде барлық шарттар бойынша тәуекелсіз пайыздық мөлшерлемелер бірдей және жылдық 10% -ға тең. Нарықта келесі параметрлері бар купондық облигациялардың екі түрі бар:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Облигация түрі | Номинал(руб.) | Купондық мөлшерлеме | 1жылғы төлемдер саны | Өтеуге дейінгі мерзім(жылдар) |
| $$A\_{1}$$ | 100 | 8% | 1 | 2 |
| $$A\_{2}$$ | 100 | 8% | 1 | 4 |

Инвестор, 10 050 рубль сомасында, осы облигациялардың портфелін 3 жылға құрғысы келеді. Облигацияларды сатып алу -сату кезінде 0,5%мөлшерінде комиссия алынады. Пайыздық мөлшерлеменің келесі өзгеруі үшін осы портфолиоға иммундау стратегиясын есептеңіз: портфель қалыптасқаннан кейін жылдық 9%, жылдық 8% - сәттен кейін бірден t = 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Портфель құруға кеткен шығындар | $$Ω(1+C\_{b})$$ | 10050 руб |
| Комиссиялық | $$C\_{b}=C\_{а}$$ | 0,5% |
| Инвестиция суммасы(руб.) | $$Ω$$ | 10000 руб. |
| Инвестиция мерзімі (жылдар) |  Т | 3 жыл |
| 0 уақытындағы барлық мерзім үшін нарықтық мөлшерлеме |  r | 10% |
| 0-ден кейін барлық мерзім үшін нарықтық мөлшерлеме | $$r\_{1}$$ | 9% |
| 0-ден кейін барлық мерзім үшін нарықтық мөлшерлеме | $$r\_{2}$$ | 8% |

Шешім.

 t = 0. Иммунизацияланған облигациялар портфелін қалыптастыру r = 10% жылдық - инвестициялау кезіндегі ағымдағы пайыздық мөлшерлеме. Қазіргі уақытта облигациялардың бағасы мен ұзақтылығының мәндері t = 0:

 облигация А1: P10 =96.528926, D10 = 1.924658;

облигация: А2: P20  =93.660269, D20 = 3.561694.

Ұзақтығы 3 жыл болатын портфолио қалыптастыру үшін жүйені шешу қажет:

$\left\{\begin{array}{c}1,924658ω\_{1}+3,561694ω\_{2}=3\\ω\_{1}+ω\_{2}=1\end{array}\right.$ $ω\_{1}\geq 0,ω\_{2}\geq 0.$

$ω\_{1}^{0}=0,343116-$портфельдегі $A\_{1}-облигациясының $үлесі,$ ω\_{2}^{0}=0,656884 -$портфельдегі $A\_{2}-облигациясының $үлесі.

Уақыттың бастапқы сәтінде облигация портфелі құрылған:

$$Π\_{0}=Π(Ω\_{1}^{0};Ω\_{2}^{0})$$

құны Q = 10 000 рубль. Әр түрдегі облигацияларға салынған инвестиция көлемі Q10 = W10 Q = 3431.1644 Q20 = W20 Q = 6568.8356. Портфолио мерзімі оның 3 жылдық инвестициялық көкжиегіне сәйкес келеді. Бұл портфельдегі төлем ағыны кестеде көрсетілген:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$t\_{i}$$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $$R\_{i}^{0}$$ | 845.441287 | 4399.986575 | 561.077664 | 7574.548461 |

мұндағы i=1,2,3,4-$Π\_{0}-портфеліндегі $ төлем номері.

**Портфолиоға иммундауды тексеру бойынша П0**

t = 0 -дан кейін бірден пайыздық мөлшерлемелер r = 0.1 -ге g = 0.09 -ға өзгерді және олар болашақта өзгермейді деп есептеледі. Портфолиоға иммундауды тексеру қажет.

$$Ω\_{0}(r;3)=1000(1+0.08)\^3=13310.00$$

Т=3 жыл уақыты үшін портфельге жоспарланған инвестицияның нақты құны тең:

$$Ω\_{0}\left(r\_{1};3\right)=845.441287\left(1+0.09\right)^{2}+4399..986575\left(1+0.09\right)+561.077664+\frac{7574.548461}{1+0.09}=13310.658852$$

Бұл соманың бір бөлігі портфельді қайта құрылымдау бойынша комиссияларды төлеуге жұмсалады. Портфельді қайта құрылымдау рентабельділік деңгейі r, 3D 0.09 болғанда жүзеге асырылады. t = 1 сәттегі облигациялардың бағасы мен ұзақтылығы:

 облигация А1: P10 =99.082569, D, D10 =1;

 облигация А2: P20 = 3 97.468705 D10 =32.780316.

Қазіргі уақытта t = 1 жаңа иммунизацияланған портфолио қалыптастыру үшін

$\left\{\begin{array}{c}ω\_{1}+2,7803166ω\_{2}=2\\ω\_{1}+ω\_{2}=1\end{array}\right.$ $ω\_{1}\geq 0,ω\_{2}\geq 0$

$ω\_{1}^{0}=0,438302 -$портфельдегі $A\_{1}-облигациясының $үлесі,$ ω\_{2}^{0}=0,561698 -$портфельдегі $A\_{2}-облигациясының $үлесі.

Табылған шешіміне сәйкес портфельді қайта қалыптастыру кезінде операциялық шығындарды (шығындарды) барынша азайту қажет. Транзакциялық шығындарды азайту мәселесі (1.14.14) формасы бар

$\left\{\begin{array}{c}\frac{Ω\_{1}^{0}}{P\_{1}^{0}}P\_{1}^{1}+x\_{1}-y\_{1}=ω\_{1}^{1}(Ω^{0}(r\_{1},1)-C)\\\frac{Ω\_{2}^{0}}{P\_{2}^{0}}P\_{2}^{1}+x\_{2}-y\_{2}=ω\_{2}^{1}(Ω^{0}(r\_{1},1)-C\end{array}\right.$

$$C=C\_{b}(x\_{1}+x\_{2})+C\_{a}(y\_{1}+y\_{2})$$

$$C\geq 0,x\_{j}\geq 0,y\_{j}\geq 0,j=1,2,...,m. min C$$

Мұнда х және у , ј =1, 2 - сәйкесінше портфельді қайта құрылымдау кезінде облигацияларды сатып алуға және сатудан түсетін сомалар. С - портфельді қайта құрылымдау бойынша операциялық шығындардың құны. Сb = Сa = 0.005 облигацияларды сатып алуға және сатуға сәйкесінше комиссия. Жүйені сандық мәліметтермен алмастыра отырып, біз сызықтық программалау мәселесін аламыз:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$y\_{1}$$ | $$y\_{2}$$ | C | B |
| 1 | 0 | -1 | 0 | 0.438302 | 1388.499433 |
| 0 | 1 | 0 | -1 | 0.561698 | -543.058146 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | -200 | 0,000 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0,000 |
| 1 | 0 | -1 | 0 | 0,438302 | 1338,499433 |
| 0 | 1 | 0 | -1 | 0,561698 | -543,058146 |
| 0 | 1 | 2 | 1 | -200,438302 | -1388,499433 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| 1 | 0,002187 | -0,995627 | 0,002187 | 0 | 1385,463177 |
| 0 | 1,002802 | 0,005605 | -0,997198 | 0 | -546,949206 |
| 0 | -0,004989 | -0,009978 | -0,004989 | 1 | 6,927316 |
| 0 | 0,004989 | -0,009978 | -0,004989 | 0 | 6,927316 |
| 1 | 0,004386 | -0,995614 | 0 | 0 | 1384,263793 |
| 0 | -1,005620 | -0,005620 | 1 | 0 | 548,486256 |
| 0 | -0,010006 | -0,010006 | 0 | 1 | 9,663750 |
| 0 | -0,010006 | -0,010006 | 0 | 0 | 9,663750 |

Оптимальды шешімі келесі түрде болады:

$$x\_{1}^{1}=1384.263793;x\_{2}^{1}=0,y\_{1}^{1}=0,y\_{2}^{1}=548.486256;C^{1}=9.663750$$

**3.Қорытынды**

Қорытындылай келе, біз облигациялардың иммунизацияланған портфелін құруды және облигациялардың трансакциялық шығындармен иммунизацияланған портфелін құруды қарастырдық.Қандай да бір уақыт кезінде портфель құру үшін қажетті шарттарды жаздық.Осы тақырыпқа байланысты 2-мысал қарастырып оларды t=0 уақытында құрып,оның иммунизацияланғанын тексеріп ,одан кейін t=1 уақытында қайта құрып оның иммунизацияланғанын тексеріп есептің шешімін таптық.